МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА

Вычислительный центр Е. А. Жоголев, П. Т. Титакаева

Стандартная подпрограмма решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений методом плавающих масштабов (в системе ИП-2)

Серия:

Математическое обслуживание машины «Сетунь»

Под общей редакцией В.А.Морозова Выпуск 26

> Москва-Махачкала 1969

Содержание

Введение
§1. Метод плавающих масштабов
§2. Описание метода интегрирования системы диффе-
ренциальных уравнений6
§3. Назначение и возможности подпрограммы13
§4. Блок-схема подпрограммы23
Литература27
Приложение I. Подпрограмма интегрирования системь
дифференциальных уравнений28
Приложение II. Тест-пример; программа тест-примера 39

Введение.

Данная подпрограмма предназначена для решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с автоматическим выбором шага методом Рунге-Кутта с видоизменением Гилла [1] в режиме плавающих масштабов [2] с использованием системы ИП-2 [3].

Особенностью подпрограммы является использование метода плавающих масштабов, наиболее эффективного для машин с фиксированной запятой и являющегося видоизменением метода постоянных множителей.

При составлении подпрограммы использовались векторные операции: соответствующие подпрограммы были составлены как стандартные в системе ИП-2.

По данной подпрограмме интегрировались системы 3 и 33 дифференциальных уравнений с автоматическим выбором шага, вычисление одного шага заняло для одной системы 3 сек., для другой — 1 мин.

§1. Метод плавающих масштабов.

Сущность этого метода заключается в следующем. Часть величин x, участвующих в решении задачи, представляется в виде:

$$x = X \cdot 3^{Px}$$

где P_x называется масштабом или порядком (P_x — целое число, положительное, отрицательное или нуль), а X — мантиссой числа x, причем |X| < 4,5. В отличие от метода постоянных множителей масштаб здесь не предполагается постоянным.

Решение задачи разбивается на ряд этапов, в каждом из которых масштабы величин, участвующих в вычислениях, остаются постоянными, а при переходе от одного этапа вычислений к другому определенная часть программы при выполнении некоторых условий производит автоматическое изменение масштабов ряда величин.

Условия, определяющие смену масштабов, заключаются в том, что величина X после смены масштабов должна удовлетворять неравенству:

$$0 < r \le |X| < R \le 4,5$$

где значение R подбирается из тех соображений, чтобы в процессе вычислений на очередном этапе не произошло переполнения, а значение r определяется из соображений точности вычислений. При решении практических задач обычно берут r=0.5; R=1.5.

Если какая-либо величина в процессе своего изменения становится сравнительно небольшой по абсолютному значению, то тогда не нужно проверять выполнение условия r < |X|, чтобы не мешать величине x перейти через нуль, т.к. часто точное представление

слишком малых величин не повышает точности вычислений. Поэтому задают минимальный порядок p_0 : если $p_x \le p_0$ проверяют выполнение условия |X| < 1,5; если же $p_x > p_0$, проверяют выполнение неравенства:

$$0.5 \le |X| < 1.5$$

Если производить нормализацию результатов после выполнения каждого арифметического действия, то фактически введем программный путем режим плавающей запятой. Иначе, режим плавающей запятой является частным случаем метода плавающих масштабов, когда выполнение каждой арифметической операции составляет один этап вычислений. Метод постоянных множителей также является частным случаем метода плавающих масштабов, когда вся задача составляет один этап вычислений. Но в режиме плавающей запятой наряду с сильным упрощением составления программ происходит значительное замедление процесса счета (когда этот режим вводится программным Поэтому при составлении стандартных подпрограмм для решения ряда типовых задач стараются выбрать такой метод решения, чтобы можно было преобразовать расчетные формулы к виду, удобному для применения метода плавающих масштабов. Этим методом и решалась данная задача — интегрирование системы обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутта-Гилла.

§2. Описание метода интегрирования системы дифференциальных уравнений.

Данная система дифференциальных уравнений:

$$\frac{dy_i}{dx} = f_i(y_1, y_2, \dots, y_n) i = \overline{1, n}$$
 (1)

с начальными условиями:

$$y_i(x_0) = y_{i0}$$

интегрируется с помощью формул Рунге-Кутта с видоизменением Гилла. На одном шаге интегрирования эти формулы имеют вид:

$$k_{ij} = 3^{m} h f_{i}(y_{1}, y_{2j}, ..., y_{nj})$$

$$r_{i, j+1} = \delta_{j}(k_{ij} - q_{ij})$$

$$y_{i, j+1} = y_{ij} + 3^{-m} r_{i, j+1}$$

$$q_{i, j+1} = q_{ij} + 3^{m+1} (3^{-m} r_{i, j+1}) - \delta_{j} k_{ij}$$

$$k_{i3} = 3^{m} h f_{i}(y_{13}, y_{23}, ..., y_{n3})$$

$$r_{i4} = \delta_{3}(k_{i3} - q_{i3})$$

$$y_{i4} = y_{i3} + 3^{-m} r_{i, 4}$$

$$q_{i4} = q_{i3} + 3^{m+1} (3^{-m} r_{i, 4}) - \delta_{3} k_{i3}$$

причем
$$\delta_0 = \frac{1}{2}$$
, $\delta_1 = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$, $\delta_2 = 1 + \sqrt{\frac{1}{2}}$, $\delta_3 = \frac{1}{6}$.

В этих формулах h является величиной шага интегрирования, y_{i0} — решение в некоторой точке $x_i = x_k$, q_{i0} — погрешность округления на предыдущем k-ом шаге интегрирования, y_{i4} — решение в точке $x_{k+1} = x_k + h$, q_{i4} — погрешность округления на данном (k+1) -ом шаге интегрирования. Поэтому y_{i0} и q_{i0} равны соответственно y_{i4} и q_{i4} предыдущего шага интегрирования. В начальный момент величины y_{i0} равны соответствующим начальным данным, а $q_{i0} = 0$. Множитель 3^m вводится для уменьшения влияния ошибок округления. Если бы вычисления производились без округления, то погрешность округления на данном шаге просто равнялась бы нулю. Достоинство этих формул и заключается в том, что ошибка округления на данном шаге учитывается на следующем шаге.

Приведем эти формулы к виду, удобному для использования метода плавающих масштабов.

Величины y_{ij} представим в виде: $y_{ij} = 3^{Pi} Y_{ij}$. В таком же виде можно представить и величины r_{ij} :

$$r_{ij}=3^{Pi}R_{ij};$$

Тогда из формул (2) получаем:

$$Y_{i,j+1} = Y_{ij} + 3^{-m} R_{i,j+1}$$

В соответствии с этим после замены:

$$k_{ij} = 3^{Pi} K_{ij}$$
, $q_{ij} = 3^{Pi} Q_{ij}$

и некоторых элементарных преобразований формулы (2) примут вид:

$$K_{ij} = 3^{m+p_n+l_y-P_i} H \cdot F_{ij}$$

$$R_{i,j+1} = \delta_j (K_{ij} - Q_{ij}), Y_{i,j+1} =$$

$$= Y_{iy} + 3^{-m} R_{i,j+1}$$

$$Q_{i,j+1} = Q_{ij} + 3^{m+1} (3^{-m} R_{i,j+1}) - \delta_j K_{ij}$$

$$M_{i3} = 3^{m+p_n+l_y-P_i} H \cdot F_{ij}$$

$$R_{i4} = \delta_3 (K_{i3} - 2Q_{i3})$$

$$Y_{i4} = Y_{i3} + 3^{-m} R_{i,4}$$

$$Q_{i4} = Q_{i3} + 3^{m+1} (3^{-m} R_{i,4}) - 3 \delta_3 k_{i3}$$

В этих соотношениях $h=3^{Pn}H$, $f_{ij}(y_{1j},y_{2j},\dots y_{nj})=3^l_{ij}F_{ij}$, причем 0.5 < H < 1.5 ; $0.5 < |F_{ij}| < 1.5$.

В качестве одного этапа вычислений целесообразно считать выполнение одного шага интегрирования, после осуществления которого будет производиться нормализация величин y_{ij} так, чтобы после смены масштабов Y_{i0} удовлетворяли неравенству: $0.5 < |Y_{i0}| < 1.5$ если $P_i > P_0$, а при $p_i \le p_0$ удовлетворяли неравенству $|Y_{i0}| < 1.5$.

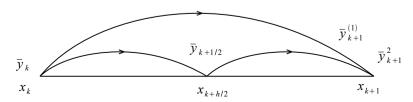
Таким образом, на одном шаге интегрирования масштабы P_i остаются неизмененными, а все действия будут производиться с фиксированной запятой.

Для того, чтобы при реализации одного шага интегрирования не произошло переполнения, достаточно, чтобы выполнилось неравенство:

$$m + P_n + l_{ij} - P_i \le -2 \tag{4}$$

Если это неравенство не выполняется, то следует уменьшить величину шага интегрирования. Вычисление правых частей системы (1) в зависимости от их сложности можно производить как в режиме плавающей запятой, так и с использованием метода плавающих масштабов.

Пусть в точке x_k известно решение $\bar{y}_k = \bar{y}(x_k)$ и задана исходная величина шага h. Сначала по \bar{y}_k и h по формулам (3) находится решение в точке $x_{k+1} = x_k + h$, т.е. $\bar{y}_{k+1}^{(1)} \approx \bar{y}(x_{k+1})$. Затем снова, исходя из точки x_k , по \bar{y}_k и h/2 по формулам (3) вычисляем $\bar{y}_{k+1/2} \approx \bar{y}(x_k + h/2)$ и по значению $\bar{y}_{k+1/2}$ и h/2 вычисляем, исходя из точки $x_k + h/2$, значение $\bar{y}_{k+1}^2 \approx \bar{y}[(x_k + h/2) + h/2]$.



По полученным значениям $\bar{y}_{k+1}^{(1)}$ и $\bar{y}_{k+2}^{(2)}$ у находится мера точности. В качестве меры точности принимается величина (4):

$$M[\bar{y}_{k+1}^{(2)}; \Delta \bar{y}_{k+1}^{(2)}; p_0] = \max \beta(y_i^{(2)}; \Delta y_i^{(2)}; p_0),$$

$$2 \le i \le n$$

где величина $|\Delta y_i^{(2)}| = |y_i^{(2)} - y_i^{(1)}|$ является оценкой абсолютной погрешности определения величины $y_i \approx y_i(x_{k+1})$ (i-ой коипоненты вектора решения y_{k+1}). Величина β определяется следующим образом:

$$\beta(y_i; \Delta y_i; p_0) = |\Delta y_i| 3^{-\max(P_{ij}; P_0)}$$

где p_i — троичный порядок величины y_i . Отсюда следует, что величина $\beta(y_i;\Delta y_i;p_0)$ при $p_i>p_0$ фактически будет оценкой относительной погрешности величины y_i .

При программировании более удобно использовать эту величину в несколько модифицированном виде:

$$M^{*}[\bar{y}_{k+1}^{(2)}; \Delta \bar{y}_{k+1}^{(2)}; p_{0}] = 3_{0}^{P} M[\bar{y}_{k+1}^{(2)}; \Delta \bar{y}_{k+1}^{(2)}; p_{0}] =$$

$$= \max \beta^{*}(y_{i}^{(2)}; \Delta y_{i}^{(2)}; p_{0}),$$

$$2 \le i \le n$$

где $\beta^*(y_i; \Delta y_i; p_0) = |\Delta y_i| 3^{-max(P_{ij}; P_0; 0)}$

При $p_i \leq p_0$ будет выполнено соотношение $\beta^*(y_i;\Delta y_i;p_0) = |\Delta y_i|$, β^* будет оценкой абсолютной погрешности определения величины y_i .

При $p_i \! > \! p_0$ величина β^* является оценкой относительной погрешности величины y_i , умноженной на 3^{P_0} .

Пусть найдена мера точности M^* для значений $\bar{y}_{k+1}^{(2)}$ и $\bar{y}_{k+1}^{(1)}$; теперь проверяем справедливость неравенства:

$$M^{*}[\bar{y}_{k+1}^{(2)}; \Delta \bar{y}_{k+1}^{(2)}; p_{0}] \leq E \cdot 3^{P_{0}} = \varepsilon$$
 (5)

Если это неравенство справедливо, то считается, что шаг интегрирования «удовлетворен». Если это неравенство не выполнено, то величина шага интегрирования h делится пополам и производится соответствующий пересчет с шагом $h_1 = h/2$; получаем два новых значения решения в точке $x_{k+1} = x_k + h$:

$$\bar{y}_{k+1}^{(1)} \approx \bar{y}(x_{k+1}), \ \bar{y}_{k+1}^{(2)} \approx \bar{y}(x_{k+1})$$

для них вычисляется своя мера точности и проверяется справедливость неравенства (5). Если оно снова не выполнено, происходит новое измельчение шага интегрирования, и весь процесс повторяется до выпол-

нения неравенства (5). После его удовлетворения полагаем:

$$\bar{y}_{k+1}^{(2)} \approx \bar{y}(x_k + h_0)$$

где $h_{\nu}=\frac{h}{2^{\nu}}$ — то значение шага интегрирования, при котором было выполнено неравенство (5), ν — число измельчений шага h $(h_0=h)$, $\nu=0,1,2,...$; выбирается еще новое значение шага для следующего этапа интегрирования, для этого величина M^* сравнивается с $\varepsilon_1=\varepsilon/32$. Если $M^*>\varepsilon_1$, то новое значение шага равно h_{ν} ; если же $M^*<\varepsilon_1$, то в предыдущей точке точность выдержана с некоторым запасом, поэтому можно ожидать, что на следующем шаге заданная точность ε будет обеспечена при большем значении шага интегрирования, в этом случае новое значение шага берется равным удвоенному значению шага, т.е. $2h_{\nu}$.

На этом один этап интегрирования заканчивается. При каждом обращении к вычислениям по формулам Рунге-Еутта-Гилла (3) проверяется справедливость неравенства (4), гарантирующего отсутствие переполнения на очередном шаге. В случае невыполнения этого неравенства происходит уменьшение шага делением на степень тройки (уменьшением порядка шага).

§3. Назначение и возможности подпрограммы.

Данная подпрограмма предназначена для интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{d\bar{y}}{dx}f(y) = \bar{f}(\bar{y})$$

с начальными условиями:

$$\bar{y}(x_0) = \bar{y}_0$$

Эта система интегрируется методом Рунге-Кутта с видоизменением Гилла с автоматическим выбором шага в системе ИП-2, в режиме плавающих масштабов.

Подпрограмма позволяет интегрировать систему как с заданным постоянным шагом h, так и с автоматическим выбором шага. В последнем случае шаг выбирается самой подпрограммой в зависимости от поведения решения так, чтобы в каждой точке отрезка интегрирования этот шаг был по возможности наибольшим при заданной допустимой погрешности решения на каждом шаге. Точность решения может оцениваться как по абсолютной, так и по относительной погрешности.

Поскольку данная подпрограмма предназначена для решения целого класса задач, то она реализует только ту часть алгоритма, которая является общей

для всех задач этого класса. При решении каждой конкретной задачи данная подпрограмма работает совместно С некоторыми нестандартными операторами (подпрограммами), которые должны составляться применительно к каждой конкретной задаче. Такими нестандартными операторами являются:

оператор G_{l} — программа обработки результатов на каждом шаге;

оператор G_2 — программа вычисления правых частей данной системы;

Подпрограмма использует 3 массива рабочих ячеек — массив M1, массив M2 и массив $M3^*$. При обращении к данной подпрограмме пользователь должен задавать значение начального шага интегрирования, адреса входов в вышеуказанные операторы, режим работы подпрограммы И параметры, определяющие точность вычислений.

Предполагается, что при обращении к подпрограмме она вместе с ИП-2, со стандартными подпрограммами действий типа сложения, умножения и деления находится на магнитном барабане.

Обращение к подпрограмме имеет следующий вид:

$$(x_0)$$
: ZY3Z3; $(c)+3e_a\Rightarrow (F)$
 (x_1) : ZWY00; $E\Pi
ightharpoonup BxVI UIII-2$

^{*}Массивы M1, M2, M3 следуют в памяти последовательно друг за другом.

Здесь:

 $A_{n/n}$ — обобщенный адрес начала подпрограммы;

 A_{GI} — обобщенный адрес входа в оператор G_I ;

 A_{G2} — обобщенный адрес входа в оператор G_2 ;

 $A_{\it h}$ — обобщенный адрес значения начального шага интегрирования;

 A_{y} — обобщенный адрес начала массива M1, причем A_{y} =0 $M_{y}WW$; это означает, что начало M1 будет совпадать с началом зоны M_{y} магнитного барабана, и это существенно используется в подпрограмме;

n — порядок системы (размерность вектора \bar{y});

m — число сохраняемых разрядов ошибок округления; так как при вычислениях с небольшой точностью ошибка округления на результат практически не влияет, то в этом случае рекомендуется m брать равным нулю. В случае вычислений с высокой точностью (5-ю и больше верными знаками) ошибка округления будет влиять на результат; $m \ge 0$

 A_{ε} — обобщенный адрес величины, задающей точность интегрирования на каждом шаге. Контроль точности ведется либо по абсолютной, либо по относительной погрешности [4]. В соответствии с этим ε задается в виде ненормализованного числа $\varepsilon = E \cdot 3^{P_0}$, где P_0 как порядок числа ε записывается в короткой ячейке, следующей за длинной, где располагается мантисса E, и определяет границу перехода от абсолютной погрешности к относительной, а ненор-

При вычислениях с постоянным шагом интегрирования следует величину ε задавать равной нулю; в этом случае подпрограмма использует только один массив рабочих ячеек M1.

мализованная мантисса E задает степень точности

Каждый из массивов M1, M2, M3 рабочих ячеек имеет длину 3n длинных ячеек, так что подпрограмма при счете с автоматическим выбором шага использует весь сплошной массив рабочих ячеек длиною 9n длинных ячеек, а с постоянным шагом — всего 3n длинных ячеек.

Массив М1 используется подпрограммой для хранения векторов y и Q, необходимых при счете по формулам (3), §2. Компоненты вектора \bar{y} , представлены с плавающей запятой в системе ИП-2 [3]:

$$y_i = Y_i \cdot 3^{Pi}$$
, $i = \overline{1, n}$

вычислений.

порядок P_i располагается в короткой ячейке, следующей за длинной, где хранится мантисса Y_i . Компоненты вектора \bar{Q} представлены с фиксированной запятой и его i-я компонента Q_i хранится в длинной ячейке, следующей за ячейкой, где хранится порядок i-ой компоненты вектора \bar{y} , т.е.

$$A_{Qi} = A_{yi} + 6e_F,$$

где A_{yi} — обобщенный адрес yi , $A_{\mathcal{Q}i}$ — обобщенный адрес \mathcal{Q}_i .

i+1 — я компонента вектора у располагается за i-ой компонентой вектора \bar{Q} , а i+1 -я компонента вектора \bar{Q} — за i+1 -ой компонентой вектора \bar{y} , т.е. расстояние в памяти между соседними компонентами вектора \bar{y} и соответственно \bar{Q} равно 3 длинным ячей-кам:

$$A_{y_{i+1}} = A_{y_i} + 9e_F$$
, $A_{Q_{i+1}} = A_{Q_i} + 9e_F$

Как было указано выше, начало массива M1 совпадает с началом зоны M_y магнитного барабана, поэтому при указанном расположении компонент вектора \bar{y} и \bar{Q} в массиве M1 i-ые компоненты векторов \bar{y} и \bar{Q} расположены всегда в одной зоне магнитного барабана, или мантисса и порядок любой компоненты

вектора \bar{y} расположены в одной зоне магнитного барабана.

В массиве М2 хранятся векторы \bar{y}_k и \bar{Q}_k (см.ниже); расположение их в массиве М2 соответствует полностью расположению векторов \bar{y} и \bar{Q} в массиве М1. В массиве М3 хранятся векторы \bar{y}_{k+1} и $\bar{y}_{k+1/2}$ (см. §2), компоненты которых представлены с плавающей запятой в системе ИП-2; и расположение их в памяти массива М3 соответствует расположению векторов \bar{y} и \bar{Q} в массиве М1 с той лишь разницей, что порядки компонентов вектора $\bar{y}_{k+1/2}$ располагаются во второй половине длинных ячеек, отведенных для хранения порядков компонент вектора \bar{y}_{k+1} (тем самым сэкономлено n-длинных ячеек).

Приведем характеристику массивов:

Наименование массива	Начало массива	Состав массива
M1	$A_{MI} = A_y$	\bar{y} ; \bar{Q}
M2	$A_{M2} = A_y + 9ne_F$	\bar{y}_k ; \bar{Q}_k
M3	$A_{M3} = A_y + 18 ne_F$	\bar{y}_{k+1} ; $\bar{y}_{k+1/2}$

Здесь векторы имеют следующий смысл:

- \bar{y} аргументы правых частей данной системы дифференциальных уравнений;
 - \bar{O} промежуточный результат;

 $ar{y}_k$, $ar{Q}_k$ — значения векторов $ar{y}$ и $ar{Q}$ после k-го шага интегрирования (иначе, начальные данные для данного k+1-го шага интегрирования), $ar{y}_k \! pprox \! ar{y}(x_k)$ — решение системы в точке x_k , а $ar{Q}_k$ — погрешность округлений в точке x_k ;

 \bar{y}_{k+1} — значение вектора в точке $x\!=\!x_k\!+\!h$, где h — предполагаемая длина очередного шага интегрирования;

 $ar{y}_{k+1/2}$ — значение вектора $ar{y}$ в точке $x=x_k+h/2$. При составлении программы нестандартных частей (операторов) может потребоваться знание расположения этих векторов в массивах М1, М2, М3. Ниже приводится таблица обобщенных адресов i-ых компонент указанных векторов $(i=\overline{1,n})$:

Наименование	Адрес <i>i-</i> ой компоненты	
вектора	вектора	
\bar{y}	$A_y + 9(i-1)e_F$	
$\bar{\mathcal{Q}}$	$A_y + (9i - 3)e_F$	
<i>y</i> ,	$A_{M2} + 9(i-1)e_F$	
\bar{Q}_k	$A_{M2} + (9i - 3) e_F$	
$\overline{\mathcal{Y}}_{k+1}$	$A_{M3} + 9(i-1)e_F$	
$\bar{P}\bar{y}_{k+1/2}$	$A_{M3}+(9\mathrm{i}-4)e_F$	
$\overline{\mathcal{Y}}_{k+1/2}$	$A_{M3}+(9\mathrm{i}-3)e_F$	

Как видно из таблицы, порядки $P_{\bar{y}_{k+y_2}}$ вектора $\bar{y}_{k+1/2}$ хранятся в ячейках, предшествующих длинным

ячейкам, отведенным для хранения соответствующих мантисс $\bar{Y}_{k+1/2}$ вектора $\bar{y}_{k+1/2}$.

Назначение нестандартных операторов.

Нестандартный оператор G_I , когда к нему обращаются, производит необходимую на данном шаге обработку результатов интегрирования, которые хранятся в группе \bar{y} массива M1, а также решает вопрос об окончании интегрирования системы.

Оператор G_I может использовать под рабочие ячейки массивы M2 и M3.

Нестандартный оператор G_2 , предназначенный для вычисления правых частей системы, использует в качестве аргумента вектор \bar{y} , хранящийся в массиве M1. К оператору G_2 данная подпрограмма обращается каждый раз за вычислением значения правой части i-го дифференциального уравнения (i=1,2,...,n) причем значение i указывается по обобщенному адресу:

$$A_i = 02y4x$$
.

Результаты вычислений i-ой правой части оператор G_i должен поместить в ячейку Z32 основной зоны ИП-2.

Обращение к указанным операторам производится с помощью обобщенного перехода.

Следует иметь в виду, что в момент обращения к ним содержимое ячейки M_{θ} основной зоны ИП-2 не соответствует содержимому зоны ${\cal \Phi}_{\theta}$ оперативной памяти.

Возврат от этих операторов в данную подпрограмму должен осуществляться следующим образом: первой командой операторов G1, G2 должна быть команда: $(S) \Rightarrow \Theta_{G_i}$; должны они заканчиваться тремя стандартными строками обобщенного перехода:

 (x_0) : ZY3Z3; $(c)+3e_a\Rightarrow (F)$

 (x_1) : ZWY00; $E\Pi
ightharpoons {}^{BXVI \ U\Pi - 2}$

 (x_2) : 00000; Θ_{Gi}

Содержимое зоны Φ_{θ} , имеющееся к моменту возврата в данную подпрограмму от этих операторов данной подпрограммой на магнитном барабане не запоминается.

В случае необходимости это следует сделать перед возвратом в данную подпрограмму.

Подпрограмма имеет две части — основную и формирующую. Изменение основной программы в зависимости от изменения параметров осуществляется в формирующей части.

Вся программа занимает 10 зон магнитного барабана (с 14 по 24), из них основная часть занимает 7 зон полностью (с 14 по 21) и ячейки с WX по 0Y зоны 22, остальные ячейки 22 зоны и зоны 23, 24 занимает формирующая часть, которая работает только

один раз; после ее работы зоны магнитного барабана, занимаемые ею, могут быть использованы для других целей в нестандартной части.

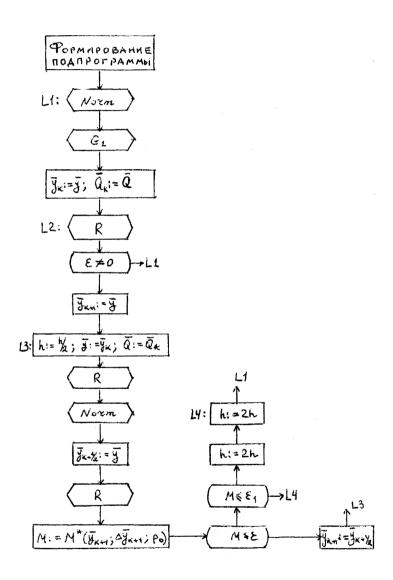
При интегрировании с постоянным шагом $(\varepsilon=0)$ основная часть занимает 5 зон магнитного барабана (с 14 по 2Z), остальные 5 зон (с 20 по 24) могут быть использованы в нестандартной части. В начале работы засылка начальных данных на место вектора \bar{y} массива М1 и нулей на место вектора \bar{Q} того же массива должна быть произведена в нестандартной части пользователем данной подпрограммы.

Ввод подпрограммы.

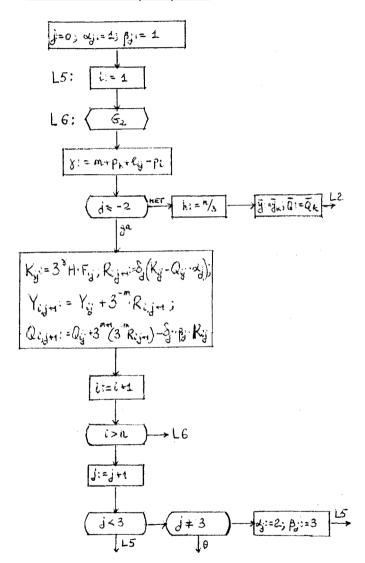
Подпрограмма вводится в автоматическом режиме нажатием кнопки «Начальный пуск». При правильном вводе происходит останов по (C)=04У и (K)=Z002X, после чего можно ввести программу нестандартной части и начать счет задачи.

При неправильном вводе какой-либо зоны подпрограммы происходит останов по (C)=000 и (K)=0012X: повторно ввести «Пуском» неправильно введенную зону.

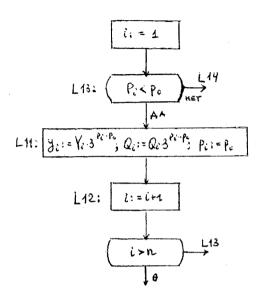
§4. Блок-схема подпрограммы.

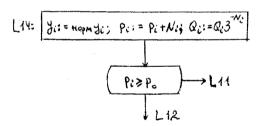


<u>Блок-схема оператора R.</u>



Блок-схема оператора NORM.





В данной блок-схеме оператор «формирование подпрограммы» настраивает подпрограмму по значениям параметров подпрограммы, задаваемых при обращении к ней.

Оператор R производит однократное вычисление по формулам Рунге-Кутта-Гилла. Оператор Norm осуще-

ствляет нормализацию результатов для тех величин y_i , у которых порядок $p_i > p_0$, а когда $p_i \le p_0$ (результат близок к нулю) проверяет справедливость неравенства $|y_i| < 1.5$.

Как видно из блок-схемы, при $\varepsilon=0$ происходит интегрирование с постоянным шагом; величина шага в этом случае может уменьшаться в 3 раза, 9 раз и т.д. (по степеням тройки) до выполнения неравенства $m+p_b+l_{ii}-p_i\leq -2$.

Литература.

- 1. Gill S.A., Process for the step-by-step integration of the differential equations in an automatic digital computing machine, Proc. Of the Cambrige Philos Sos, 1951, v47,№1.
- 2. Е.А.Жоголев, Г.С.Росляков, Н.П.Трифонов, М.Р.Шура-Бура. Система стандартных подпрограмм. Госиздат физико-математической литературы, Москва, 1958.
- 3. Жоголев Е.А. Интерпретирующая система ИП-2, выпуск 19, данной серии, 1967.
- 4. Жоголев Е.А. Программа интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка методом Штермера.

Приложение I. Подпрограмма интегрирования системы дифференциальных уравнений.

Ввод подпрограммы.

```
Адрес Команда
                               Адрес Команда
\Pi_{\phi}=0
                               \Pi_{\phi} = 0
                                02 03 2 01 X0 [n/n] \Rightarrow [P]^{4}
 MM MX 0 00 04]
    WY 2 24 14 \ 4 14
                               O4 Z 3₩ X4[P±]⇒[//,]
                              1 1 1 X Z 3 H XY [N,] ⇒ [ + 7]
 WZ WO O OO OW ]
    W1 121 WW
                                1Y 0 23 30
 W2 W3 0 00 01)
                                12 10 0 4Y ZO
                                   11 0 22 23
    W4 0 20 W3
                                12 13 O WX 44 CYMMUPOBahue
 (YO OO O XX WX
                                   14 0 20 ZX
    XY
        1 40 14
                                2W 2X 0 13 1X
 XZ XO 0 00 Z3)
                                  2Y 0 3X 13
    X1 1 1Y 01 4 22
 X2 X3 0 00 ZO)
                                2Z 20 · 0 03 Z0
    X4 0 YY 41 4
                                  21 0 13 00/
                               22 23 0 00 00]
 IM AX 0 00 05)
                                  24
                                      0 30 00 1
    YY 0 WY 31
                                3W 3X 0 Z3 Z0)
 YZ YO O OO ZY
                                   SY OZSZX
    Y1 0 Y3 2Y
                                32 30 0 24 00 5/7 r
 Y2 Y3 0 00 0X)
                                   31 0 23 207
    Y4 1 X1 WX
                                32 33 0 00 ZX M+\ell_A \Rightarrow M
 ZW ZX 0 00 0W)
                                   34
                                       0 Z3 OX
    ZY O W3 WW
                                4W 4X 0 03 1X
 22 20 0 00 00
                                  4Y Z 00 2X
    Z1 0 00 00
                                42 40 0 00 00
 Z2 Z3 0 ZZ 00
                                   41 0.00 00
    Z4 0 Z3 ZX 7
                                42 43 0 00 00
 OW OX O ZZ 3Y
                                      0 00 00
                                  44
    OY 0 31 10
                                KC
                                       0 00 00
 0Z 00 0 01 2X Ω,
    01 0 23 20 Bxod
                                       0 12 13
```

Подпрограмма нормализации *Norm*.

3она МБ 14

```
Адрес Команда
                                                                                                                                                                                                Адрес Команда
\Pi_{\phi}=1
                                                                                                                                                                                                  \Pi_{\phi}=1
 12 13 1 WW Y4)
   XW XX 1 1Y 1X 4/7-7 1→3
  XY 1 WW 31 \mathcal{Y}_{i} \Rightarrow (S); const 14 1 41 10 \mathcal{Y} \cap \mathcal{P} \cap \mathcal{P} \in \mathcal{P}_{i}
XZ XO 1 41 10 \mathcal{Y} \cap \mathcal{P} \cap
                    X1 1 TH YY HOPM (S)=74:
 YY Z 00 YO Q_i \cdot 3 \xrightarrow{N_i} Q_i
                                                                                                                                                                                                                     24 1 ZO OO B/7 1-2
                                                                                                                                                                                                   3W 3X Z Z0 Z0 }
 YZ YO 1 W2 Y4 

Y1 1 W0 31 

Y2 Y3 Z 00 3X P_i + N_i \Rightarrow P_i
  YZ YO 1 W2 Y4)
                                                                                                                                                                                            37 1 00 X4}[P<sub>o</sub>] ⇒ [M<sub>y</sub>]
                                                                                                                                                                                        3Z 30 Z 1₩ XX [/W] ⇒[P<sub>2</sub>]
                                                                                                                                                                                           31 Z OX 30)
                    Y4 1 WO Y4)
                                                                                                                                                                                                   32 33 Z TH 00 | 6/1 F- 0
   ZW ZX 1 40 3X (S) - P<sub>0</sub> ⇒ (S)
                                                                                                                                                                                                                34 0 00 00 CB.
                    ZY 1 1Y 1X 4/7-7 -3
                   ZZ ZO Z 10 30)
   22 Z3 Z 10 Y3
                    24 1 3x 10 4/1-0 → 4 41 1 wo yu (s) ⇒ P: → 16
                                                                                                                                                                                                   42 43 1 23 00 6/7 1 7
   OF OX Z OX ZX (F) + \mathcal{G}\ell_A \Rightarrow (F)
                    OY 1 #3 1X 4/7-2 1-1
                                                                                                                                                                                                 44 0 01 00 🕰
                                                                                                                                                                                                   KC 0 00 04
   Z 24 14
```

Подпрограмма Р пересылки векторов, II.

Зона МБ 2W

```
Адрес Команда
                                   Адрес Команда
\Pi_{\phi}=0
                                   \Pi_{\phi}=0
                                   02 03 0 32 33 A_x A_y + 9\ell_F 9\ell_F \Rightarrow (S)
04 0 \forall 4 20 \Delta_y \Rightarrow (F); \bar{4}4\ell_A
 TT TX 0 00 00 REA
WZ WO 0 4W 20 OM_{x}\Delta_{x}\Rightarrow A_{x}; A_{x} 1W 1X 0 4W 20 OM_{x}\Delta_{x}OM_{y}\Delta_{y}\Rightarrow A_{x}A_{y} 1Y 0 WZ Y3 OM_{x}\Delta_{x}OM_{y}\Delta_{y}\Rightarrow A_{x}A_{y}
                                    12 10 0 04 7.X(F)-44 $(F); 4€
                                       11 0 2Y 1X 4/7-2 I
 XW XX 0 W0 70
                                   12 13 0 W1 ZO
    XY = 100 XY [M_x] \Rightarrow [\varphi]
                                       2W 2X Z 00 XY)
 X7 X0 0 10 Y0
    X2 X3 0 #2 Y3
                                       21 0 XX 10 4/7-0 F
    X4 0 W3 7.0
                                    22 23 0 X0 00 6/7 - 2
 YW YX 1 00 31 \
                                       24 0 17 7.0
    YY 0 174 7.0
                                    3₩ 3X Z 00 X4 [Φ2] ⇒[My] -14
                    YZ YO Z OO Y4
                                       3Y 7 1W XX [/W] → [P]
    Y1 0 W3 70
 Y2 Y3 1 04 31
                                       31 ₹ YH 00 } B∏ F→ 0
 7W 7X 7 04 Y4
    7.Y 0 173 7.0
 27 70 1 1X 31
    7.1 0 W4 Z0
 72 73 Z 1X Y4
                                       41 1 7 31 2
    Z4 0 10 73
                                  42 43 0 00 00
 OW OX O WX ZX
                                       44 0 24 00 C
        0 WX 0X
    OY
                                    КC
                                            0 00 077
        0 24 10
                   9N-0 F→4
 0Z 00
                                            1 21 WW
    01 0 WZ 30
```

Подпрограмма R, I.

```
Зона МБ 2Х
                                                    Адрес Команда
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            Адрес Команда
                                                    \Pi_{\phi}=0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 \Pi_{\phi} = 0
                                                                                 WW WX Z 1X XX [/X] ⇒ [\mathcal{P}_{2}] → 12 02 03 0 44 1X \mathcal{Y} \mathcal{
WZ WO 0 00 00 CBOE.

WZ WO 0 00 00 CBOE.

WZ WI 30 00 00 CBOE.

WZ WI 10 0 00 00 CBOE.

WZ WI 10 0 00 00 CBOE.

WI 12 10 0 00 00 CBOE.

II 10 00 00 CBOE.

III 2 00 00 00 CBOE.

III 2 00 00 00 CBOE.

III 2 00 00 CBOE.

III 2 00 00 00 CBOE.

III 2 13 2 30 00 CBOE.

III 2 00 00 00 CBOE.

III 2 13 2 30 00 CBOE.

III 2 00 00 00 CBOE.

III 2 13 2 30 00 CBOE.

III 3 2 30 12 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30 13 30
```

Подпрограмма R, II.

Зона МБ 2Ү Адрес Команда Адрес Команда $\Pi_{\phi}=1$ $\Pi_{\phi}=1$ 02 03 1 41 40 } 611 1 G 04 0 W2 Y3) 1W 1X 0 XW 30 W1 0 2X XX $[2X] \Rightarrow [q] = 1^{6}G_{2}$ 1Y 0 X1 Y0 12 10 0 W2 33 $Q_{ij} + 3^{m+j} + K \Rightarrow Q_{ij}$ #2 #3 1 4Y ZO A; ⇒ (F) W4 Z 32 30) XW XX 0 2W 40 XY 0 W2 Y3 27 2X 0 00 XH $\{ [\mathcal{P}_{z}] \Rightarrow [M_{y}] \}$ XZ X0 Z 4X 30) YZ YO O XO 33 $8+2\ell_A \Rightarrow (s)$ 3₩ 3X 0 X2 30 d, 3, ⇒ (S) 3Y 0 30 00 575-1 Y1 0 WX 13 4/7-1-2 Y2 Y3 0 W2 30) 3Z 30 Z Y3 Z3 31 Z WY 00 YH O XX YO 32 33 0 00 00 € ZW ZX O W2 Y3) 34 0 00 00 j ZY 1 40 23\ 4W 4X 0 00 00 L ZZ ZO O #2 44 21 1 42 40 22 Z3 0 11 Y0 Z4 0 XW Y3 OW OX O WW 34) OY O WW Y4 RC 0 00 OY oz oo o w2 30) 1 40 14 01 1 42 40

Начало подпрограммы P, I.

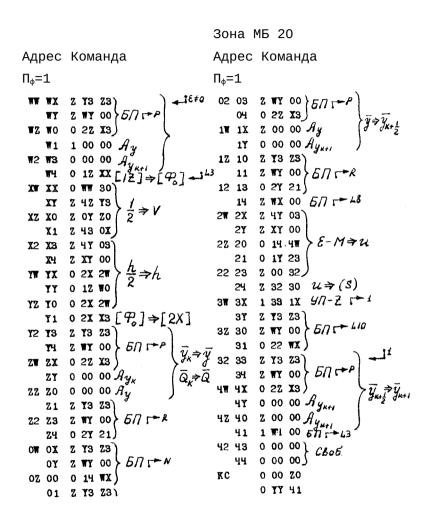
```
Зона МБ 2Z
Адрес Команда
                                                                                                                                                                                                                                                          Адрес Команда
                                                                                                                                                                                                                                                           \Pi_{\phi}=1
\Pi_{\phi}=1
                                                                                                                                                                                                        147 02 03 0 \text{ MY } 10 \text{ } 97-0 \text{ } \overline{y}_{\kappa} \Rightarrow y.
       12 11 3X } ½ → h
11 0 0 20 Y3 } 3 → h
                                                                                                                                                                                                                                                                                           04 1 13 1X 4/7-7 1+2; y > y_k+1
                                                                                                                                                                                                                                                                  1W 1X 0 Z3 30 C
1Y 0 Y0 Y3 C
1Z 10 Z W1 3X 11 0 ZX Y3
                            W1 0 2X X3 [\mathcal{P}_{o}] ⇒ [2X]
W3 Z Y3 Z3
W4 Z WY 00
XX 0 2Z X3
XY 0 00 00 \mathcal{A}_{Y_{K}}
XY 0 00 00 \mathcal{A}_{Y_{K}}
XX 0 0 00 00 \mathcal{A}_{Y_{K}}
       W2 W3 Z Y3 Z3)
       XW XX 0 22 X3)
                                                                                                                                                                                                                                                                                            14
       XZ XO 0 00 00 A
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          00 WY 00
                              X1 1 4X 00 6/7 F
                                                                                                                                                                                                                                                                                          2Y
                                                                                                                                                                                                                     1 8x.P 2Z 20
       X2 X3 Z 4Y 03)
                              X4 Z YY OO
                                                                                                                                                                                                                                                                  22 23
       YW YX 0 1W 20
                                                                                                                                                                                                                                                                                        24
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        Z WY 00
                               YY Z 2X Y3
                                                                                                                                                                                                                                                                 3W 3X 0 00 00 AG
      YZ YO Z 4Y 03
                                                                                                                                                                                                                                                                                        3Y Z Y3 Z3)
                              ¥1 0 20 00 }
                                                                                                                                                                                                                                                                 32 30 Z WY 00 6/15-P
      Y2 Y3 Z 2Y Y3)
                              Y4 0 1 W X3 [ P2] ⇒[1W]
                                                                                                                                                                                                                                                                                        31 0 22 X3
                                                                                                                                                                                                                                                                  32 33 0 00 00 Ay
      ZW ZX 0 ZW XX [2W] \Rightarrow [\mathcal{P}_{0}]
     ZY Z 31 20 \widehat{\pi}_{\Phi_{a}} \Rightarrow (S)

ZZ ZO 1 00 10 yH - 0 \Rightarrow 1

Z1 0 ZO 30

Z2 Z3 0 YX T3 C_{o} \Rightarrow \partial C_{o}
                                                                                                                                                                                                                                                                                       34 0 00 00 A y K
                                                                                                                                                                                                                                                                 4w 4x z Y3 Z3
                                                                                                                                                                                                                                                                                        4Y Z WY 00 / 5/1
                                                                                                                                                                                                                                                  4Z 40 0 2Y 21
     ON OX O Y3 Y3 \} 2\ell_{o} - \ell_{A} \Rightarrow 2\ell_{2} 42 43 0 4W 30 \mathcal{E} \Rightarrow (\mathcal{E}) OX OX O Z 2X 30 \Theta \Rightarrow (\mathcal{E}) 44 1 2Y 10 \mathcal{G} \cap \mathcal{G} 
                                                                                                                                                                                                                                                                                        41 0 14 XX [14] → [9]
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         1 27 10 4/7-05-41
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          1 1Y 01
                              01 Z 31 20 \widehat{\pi}_{\Phi_X} \Rightarrow (S)
```

Вычисления с шагом h до выполнения условия $M \leq \varepsilon$.



Определение меры точности М.

Зона МБ 21 Адрес Команда Адрес Команда Π₀=1 $\Pi_{\phi}=1$ XY Z XY 00 14 Z W1 ZX 2W 2X 140 0X) XZ XO O OO OOA 27 1 WX 1X 417-7 - 418 X1 Z 00 Y1 2Z 20 1 32 30 21 Z 4Z Y3 22 23 1 4X 30 / X2 X3 Z 00 4Z X4 Z 43 30) TH YX 1 44 Y3 } P > ℃ 22 23 1 4X 30 / YY Z 4Y 03 YO Z XY 00 Y1 0 00 00 Ayker \ \(\alpha \ \frac{y}{i} \ \Rightarrow V \) 24 Z 43 **T**3 J 3W 3X Z 1X X3 $[\mathcal{P}_2] \Rightarrow [/X]$ YZ YO Z XY OO 3Y Z 1W XX [/w] → [P₂] 32 30 1 43 30) Y2 Y3 0 1Y XY 31 Z TH 00 60 F T4 Z 00 4Z ZW ZX 1 4Y 30 $\left.\begin{array}{cccc} P_{o} & P_{i} \Rightarrow S \end{array}\right)$ 32 33 0 00 00) 34 0 00 00 \M ZZ ZO 1 Z4 13 4/7-/ 1-2 4W 4X 0 00 00) 42 40 0 00 00 -(n-1) la; 2n 41 0 00 10 $9\ell_{\scriptscriptstyle F}$ 42 43 0 20 2X Ada 0 WY 31 01 Z 00 32

Выбор нового шага при $M \leq \varepsilon$. Подпрограмма Ф, І.

3она МБ 22 Адрес Команда Адрес Команда $\Pi_{\phi}=1$ $\Pi_{\phi}=1$ 160 02 03 0 00 00 cbob WW WX Z 4Y 03) 04 0 00 00 WY Z XY OO WZ WO 0 2W 4Z 1W 1X 0 00 00 W1 0 1Y 23 1Y Z 4Y 03 W2 W3 Z 00 32 1Z 10 Z YY 00 W4 1 0Y 30) 11 0 1W 20 XW XX 2 42 Y3 12 13 Z 33 Y3) XY Z W1 Z0 14 Z 4Y 03 XZ XO Z 43 OX) 2W 2X 0 20 00 } 2Y Z 34 Y3 $X1 Z 32 30 \mathcal{U} \Rightarrow (S)$ X2 X3 1 Y3 1X 4/7-2 -2 22 20 Z 4Y 03) 21 0 20 00} X4 Z 4Y 03) 22 23 Z 4X Y3) YW YX Z XY OO YY O 2X 2W 24 Z 4Y 03) 3W 3X 0 20 00 } YZ YO O 12 WO 3Y Z 43 Y3) Y1 0 2X 27) 3Z 30 Z 4Y 03 Y2 Y3 Z 4Y 03) 31 0 20 00 74 Z W3 00 32 33 Z 40 Y3 ZW ZX 0 2X 2W > 34 Z 4Y 03) ZY 0 1Z WO 4W 4X 0 20 00} ZZ ZO 0 2X 2W) 21 0 2X X3 [P] ⇒[2X] 4Y Z 41 Y3 4Z 40 Z 4Y 03 $\mathcal{A}_{\varepsilon} \Rightarrow (S)$ 22 Z3 Z Y3 Z3) 41 0 20 00 (24 2 WY 00 > 5/7 5- 41 42 43 1 23 XX [23]→[7,] OW OX 0 27 27) 44 0 00 00 cbob OY 0 20 00 2 HOPH КC 0 00 Z4 0Z 00 0 00 00) 0 Y3 2Y 01 0 00 00 1

Подпрограмма Ф, II.

Зона МБ 23 Адрес Команда Адрес Команда $\Pi_{\phi}=1$ $\Pi_{\phi}=1$ WW WX O OY OO Ze 02 03 0 1X 33 04 0 1X Y3 1∀ 1X 0 20 X3 [P] ⇒ [20] WY 0 00 00) WZ WO 0 00 00 > cBob. W1 0 00 00 \ 1Y 0 2Z XX [2₹] ⇒ [42] #2 #3 Z 2Y Y3 A₈ ⇒ β ✓ 11 1Z 10 Z 44 30) W2 W3 Z 2Y Y3 $H_6 \Rightarrow \beta$ IZ 10 Z 44 30 W4 0 2Y XX [24] \Rightarrow [P_0] 11 0 XY Y3 XW XX Z 34 30 $P(A_{G_2})$ 12 13 0 34 Y3 XY 0 W0 Y3 $P(A_{G_2})$ 14 Z 43 30 XZ X0 0 2Y X3 [P_0] \Rightarrow [24] 2W 2X 0 X0 Y3 $P(A_{YK})$ X1 Z 40 30 2Y 0 33 Y3 $P(A_{YK})$ X2 X3 1 WX Y0 $P(A_{F_1})$ $P(A_{YK})$ X2 X3 1 WX Y0 $P(A_{F_2})$ $P(A_{F_1})$ X4 Z 34 Y3 $P(A_{F_2})$ $P(A_{F_2})$ YW YX Z 43 33 $P(A_{F_2})$ $P(A_{F_2})$ YY Z 44 Y3 $P(A_{F_2})$ $P(A_{F_2})$ YY Y 0 0 20 XX [20] $P(A_{F_2})$ $P(A_{F_2})$ YY 0 0 2Y Y3 $P(A_{F_2})$ YY 2 Y3 $P(A_{F_2})$ YY 3 Y3 $P(A_{F_2})$ YY 3 Y3 $P(A_{F_2})$ YY 3 Y3 $P(A_{F_2})$ YY 3 Y3 $P(A_{F_$ 3Y Z 2Y 30 3Z 30 Z 21 20 (Y2 Y3 Z 34 33 31 Z X4 Y0 (Y4 7 34 Y3) 32 33 7 33 Y3) ZW ZX O W3 Y3) 34 Z 33 Z0 } E ⇒ (S) ZY 0 17 Y3 ZY 0 1Y Y3 ZZ 20 0 4Y Y3 Z1 0 40 33 Z2 Z3 0 40 Y3 Z4 Z 43 30 OW OX 0 Z0 Y3 OY 0 W1 33 OY 0 0 W1 Y3 4\ 4X 0 00 31 44 0 04 21 P >> (F) 4Z 40 0 14 XX [14] → [%] 41 0 4₩ Y3 (S) ⇒ E 42 43 1 24 XX [24]→[4] 44 1 73 00 5/7 5-1 0 00 OX КC OZ 00 0 W1 Y3 1 X1 WX 01 2 43 30

Подпрограмма Ф, III.

3она МБ 24 Адрес Команда Адрес Команда $\Pi_{\phi}=1$ $\Pi_{\phi}=1$ ## WX 0 00 00) 02 03 0 1Z Y3 WY 0 00 00 } cBab. 04 Z 43 Z0 { 1W 1X Z 41 0X } My → 1/2 WZ WO 0 00 00) W1 0 40 0X $(F) \Rightarrow P_0 \rightarrow I^4$ 1Y Z 41 30 W2 W3 0 14 X3 [4] → [14] 1Z 10 0 Z0 33 } W4 0 21 XX [21] ⇒ [92] 12 13 0 2X X3 [4] ⇒[2X] XW XX 0 4Y 0X $(F) \Rightarrow \bar{P}_{o}$ XY Z 43 30 XZ XO O XO Y3 \ \P(A_y) 14 0 2**V XX** [2W] → [4] XZ X0 0 X0 10, X1 Z 34 30 X2 X3 0 Y1 Y3 X4 0 0X Y0 X5 X4 0 3X Y7 Z W1 33 Y7 Z W1 33 Y8 Y0 0 40 Y3 7 (-n-1) 22 20 0 2**W** X3 [P₀] ⇒ [2W] 21 0 42 30) 22 23 Z 4Z T3 24 1 X4 Z0 3W 3X Z 43 0X 3Y Z 4Y 03 3Z 30 Z XY 00 31 0 14 4W $\varepsilon \cdot 2 \stackrel{5}{\Rightarrow} \varepsilon$ Y1 0 21 X3 [P_o] → [21] 11 0 21 X3 [\mathcal{P}_0] \Rightarrow [21] 31 2 47 03 12 13 2 4X 30] $P_u \Rightarrow A_h$ 32 30 2 X7 00 14 1 20 13) $P_u \Rightarrow A_h$ 31 0 14 4\forall \(\text{\$\chi_0\$} \) \Rightarrow \(\text{\$\chi_0\$} \)

Приложение II. Тест-пример; программа тестпримера.

С помощью данной подпрограммы интегрировалась система трех дифференциальных уравнений:

$$\frac{dy_1}{dx} = 1 ;$$

$$\frac{dy_2}{dx} = y_3 ;$$

$$\frac{dy_3}{dx} = -y_3 ;$$

с начальными условиями:

$$y_1(0)=0$$
, $y_2(0)=1$, $y_3(0)=-1$.

Точное решение данной системы:

$$y_1(x)=x$$
, $y_2=e^{-x}$, $y_3=-e^{-x}$

Данная система интегрировалась с автоматическим выбором шага с точностью $\varepsilon=3\cdot 3^{-13}\approx 2\cdot 10^{-6}$, т.е. $p_0=1$, $E=3^{-13}$. Начальный шаг h=0.243 ; m=2 .

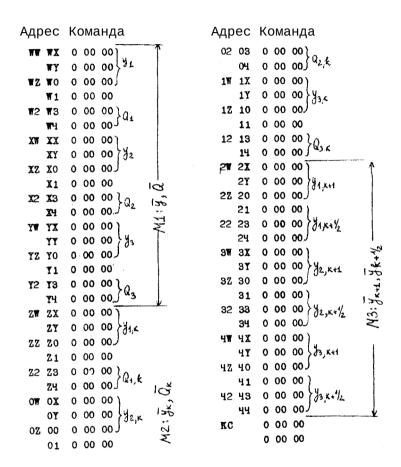
Получены значения решения в 9 точках (см.таблицу 1). Как видно из таблицы 1, начальный шаг уменьшился в 27 раз (произошло уменьшение порядка шага на 3 единицы для выполнения неравенства $m+p_h+l_{ij}-p_i \le -2$, гарантирующего отсутствие переполнения), после чего начальный шаг стал равным 0,081. Данная система интегрировалась также с постоянным шагом (для этого положили $\varepsilon=0$); как видно из таблицы 2, начальный шаг стал равным 0,081, после чего переполнения не должно быть и с этим шагом получены значения решения системы в 9 точках.

Прилагается программа операторов G_I , G_2 и обращение к основной подпрограмме при автоматическом выборе шага. Программы G_I и G_2 вводятся «Начальным пуском»; после их ввода (всего 2 зоны) произойдет останов по (C)=04Y и (K)=Z002X; теперь «Пуском» (система ИП-2 с переводами 3/10 и основная подпрограмма должны быть введены до ввода программ G_I , G_2) можно начать счет задачи.

Для наглядности приведено также расположение векторов (см. §3) в массивах М1, М2, М3 рабочих ячеек.

<u>Таблица 1</u>	<u>Таблица 2</u>
10+000000+0I	+000000+0I
y (-) = +I00000+0I	+100000+01
$A_{3}(x^{2}) = +100000+01$	I0+00000T-
y,(x,)=x1=+899999-02	+8999 99-0 2
72 (Ki) = +991040+00	+991040+00
72(6) = +991040+00 $32(6) = -991040+00$	-991040+00
y ₄ =X ₂ +27000I-0I	+180000-01
34=72 7278881 01 +973361+00	+982161+00
$y_2 = +97336I+00$ $y_3 = -97336I+00$	-982I6I+00
4,1 313301100	702201100
₹,=×3= +390000-0I	+270000 - 0I
92= +961751+00 93= -961751+00	+973361+00
⅓= - 961751+00	- 97336 I +00
y,=×,= +47000I-0I	+360000 - 0I
y = +954087+00	+964640+00
32 = +954087+00 33 = -954087+00	-964640+00
yı=×5= +63000I-0I	+450000 - 0I
3 2= +938943+00	+955 998 +00
$3_3 = -938943+00$	- 955998+00
$y_1 = x_0 = +736668 - 01$	+540000 - 0I
j ₂ = +92898I+00	+947432+00
$y_1 = -92898I + 00$	-947432+00
3, = x = +807779-0I	+630000 - 01
$J_2 = +922399+00$	+938943+00
$\theta_3 = -922399+00$	- 938943+00
5,=×g= +95000I-0I	+720000-0I
$y_2 = +909373+00$	+93053I+00
$y_3 = -909373+00$	-930531 +00
$3 = x_{3} = +104482+90$	+810000-01
J ₂ = +900792+00	+922194+00
$y_3 = -900792+00$	-922194+00

Расположение векторов в массивах рабочих ячеек.



Ввод теста.

```
Адрес Команда
                                     Адрес Команда
\Pi_{\phi} = 0
                                         \Pi_{\phi}=0
                                        02 03 Z 01 X0 \lceil n/n \rceil \Rightarrow \lceil \frac{n}{2} \rceil \stackrel{4}{\rightleftharpoons} 1^{4}

04 Z 3Z X4 \lceil \frac{n}{2} \rceil \Rightarrow \lceil \frac{N}{2} \rceil
 ## #X 0 00 0Z
#Y 0 4# 3Z}∑3X
 1₩ 1X 2 32 XY[N<sub>i</sub>] ⇒ [+,]
 1Y 0 23 30
                                               2Y 0 3X 13
     X1 Z Y3 00
                                           22 20 0 03 20
 X2 X3 0 3X WX )
                                               21 0 13 00
     X4 0 00 00
                                          22 23 0 00 00 3 3 9
 YW YX 0 00 00
     MA 0 00 00
                                           3W 3X 0 23 20)
 YZ YO 0 00 00
                                               SY 0 Z3 ZX
     Y1 0 00 00
                                           3Z 30 0 Z4 00 5/7 [-2
 T2 T3 0 00 00
                                               31 0 23 20)
     TH 0 00 00
  ZW ZX 0 30 00} 4
                                           32 33 0 00 ZI \ M+ E > M
                                               34 0 Z3 OX)
     ZY 0 00 00 $
  ZZ ZO O XO 00)
                                          48 4X 0 03 1X 477-2 -4
     z1 0 00 00}-1
                                           4Y Z 00 2X Ω<sub>2</sub>
                                    4Z 40 Z 00 XX [0] \Rightarrow [\varphi_2]
41 0 ZW 30 [0] \Rightarrow [\psi_2]
  22 23 0 07 00 M = -2

\begin{array}{ccccc}
 & \text{Z4} & \text{O} & \text{Z3} & \text{ZX} \\
 & \text{OW} & \text{OX} & \text{O} & \text{W2} & \text{3Y}
\end{array} \right\} (S) - \sum_{j} \Rightarrow (S)

                                          42 43 Z XN T3 } 1 → Y1
                                              44 0 #3 00 BM +5
     OY 0 31 10 9/7-0 1-3
  0Z 00 0 01 2X S2,
                                           KC
                                                    0 00 OX
     01 0 23 20 M \Rightarrow (F)
                                                    0 W3 2W
```

Программа нестандартной части.

Зона МБ Зх Адрес Команда Адрес Команда $\Pi_{\phi}=1$ $\Pi_{\phi}=1$ 02 03 0 22 X1) WW WX 2 Y3 Z3) WY Z WY 00 600^{-600} O4 1 0X 44 h=0,243 WO 0 22 1Y 1W 1X 0 0Z 00 WZ WO 0 22 1Y) We observe $\mathcal{H}_{\mathcal{G}_{m{r}}}$ 12 10 0 00 00 11 0 00 30 12 13 0 01 00 14 0 27 XX [... 1Y 0 00 00 CB. ₩2 ₩3 0 3X 14 AG 11 0 00 30 $\xi = 3 \cdot 3^{-/3}$ 744 0 3 X 02 \mathcal{H}_{h}^{-2} XW XX 0 SW WW \mathcal{A}_{ν} XY 0 03 00 /L 14 0 27 XX [24] ⇒ [4] -162 2W 2X 0 4X 30 $i \Rightarrow (S)$ 2Y Z W1 3X $(S) - \ell_A \Rightarrow (S)$ XZ X0 0 02 00 m X1 0 3X 1Z A_E 2Z 20 1 4X 10 4/7-0 -2 X2 X3 0 00 00 c8. ZH Z Y3 Z3 OW OX Z WY OO OY O 2Z 3Y OZ OO O OO 10 92, O1 O 3W ZW O 01 0 3W ZW Ayati

Адрес Команда Адрес Команда $\Pi_{\phi}=1$ $\Pi_{\phi}=1$ MM MX 0 34 XX 02 03 0 00 00 WY 1 WY YO 0 00 00 04 WZ WO XE WY O 1W 1X 0 00 00 W 1 Z 32 Y3 1Y 0 00 00 0 Y0 30 12 10 0 00 00 #2 #9 W4 Z 4X Y3 0 00 00 11 0 00 00 XW XX Z Y3 Z3 12 13 0 00 00 YX Z WY 00 14 XZ X0 0 2Y W1 2W 2X 0 00 00 X1 0 00 00 21 0 00 00 0 00 00 X2 X3 0 30 00) 2Z 20 XЧ 0 00 00 21 0 00 00 22 23 0 00 00 YW YX 0 00 00 \ 24 0 00 00 TY 0 00 00 3¥ 3X 0 00 00 YZ YO O OO OO 0 00 00 0 00 00 34 **Y**1 3Z 30 0 00 00 Y2 Y3 0 00 00 0 00 00 0 00 00 31 YЧ 32 33 0 00 00 ZW ZX 0 00 00 34 0 00 00 0 00 00 ZΥ 4# 4X 0 00 00 ZZ ZO 0 00 00 0 00 00 0 00 00 47 Z 1 0 00 00 4Z 40 0 00 00 Z2 Z3 0 00 00 41 24 0 00 00 42 43 0 00 00 OW OX 0 00 00 0 00 00 44 0 00 00 OY KC 0 00 02 0 00 00 0Z 00

0 00 00

01

Зона МБ ЗҮ

0 OW 14

Серия: Математическое обслуживание машины «Сетунь».

Выпуск 1.

ЖОГОЛЕВ Е.А. ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ МАШИНЫ «СЕТУНЬ».

Выпуск 2.

Фурман Г.А. ИНТЕРПРЕТИРУЩАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ДЕЙСТВИЙ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ (ИП-4).

Выпуск 3.

Франк Л.С., Рамиль Альварес X. ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ ДЛЯ ИП-2. Уточнение к выпуску 3 опубликовано в выпуске 19.

Выпуск 4.

Жоголев Е.А., Есакова Л.В. ИНТЕРПРЕТИРУЩАЯ СИ-СТЕМА ИП-3. Поправка к выпуску 4 опубликована в выпуске 9.

Выпуск 5.

Фурман Г.А. ПОДПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ ВСЕХ КОРНЕЙ МНОГОЧЛЕНА ДЛЯ ИП-4.

Выпуск 6.

Прохорова Г.В. ИНТЕРПРЕТИРУЩАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ДЕЙСТВИЙ С ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТЬЮ (ИП-5). Изменение к выпуску 6 опубликовано в выпуске 11.

Выпуск 7.

Гордонова В.И. ТИПОВАЯ ПРОГРАММА РАСЧЕТА КОРРЕЛЯЦИ-ОННЫХ И СПЕКТРАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ.

Выпуск 8.

Бондаренко Н.В. СИСТЕМА ПОДПРОГРАММ ВВОДА И ВЫВОДА АЛФАВИТНО-ЦИФРОВОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ИП-3.

Выпуск 9.

Черепенникова Ю.Н. НАБОР ПОДПРОГРАММ ДЛЯ ВВОДА И ВЫВОДА ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМЕ ИП-2.

Выпуск 10.

Жоголев Е.А., Лебедева Н.Б. СИМПОЛИЗ 64 — ЯЗЫК ДЛЯ ПРОГРАМ-МИРОВАНИЯ В СИМВОЛИЧЕСКИХ ОБОЗНАЧЕНИЯХ.

Выпуск 11.

Прохорова Г.В. ПОДПРОГРАММЫ ВВОДА И ВЫВОДА ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ИП-5. Изменение к выпуску 11 опубликовано в выпуске 17.

Выпуск 12.

Черепенникова Ю.Н. СТАНДАРТНАЯ ПОДПРОГРАММА ДЛЯ РЕ-ШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ (в системе ИП-2).

Выпуск 13.

Лебедева Н.Б., Рамиль Альварес X. ИНСТРУКЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО КОДИРОВА-НИЯ ПОЛИЗ.

Выпуск 14.

Черепенникова Ю.Н. ПОДПРОГРАММЫ ВВОДА И ВЫВОДА ЧИ-СЕЛ В СИСТЕМЕ ИП-4.

Выпуск 15.

Федорченко В.Е. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАВНОМЕРНЫХ ПСЕВДО-СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ НА МАШИНЕ «СЕТУНЬ».

Выпуск 16.

Черепенникова Ю.Н. ТИПОВАЯ ПРОГРАММА ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ.

Выпуск 17.

Гордонова В.И. СТАНДАРТНАЯ ПОДПРОГРАММА ДЛЯ ВЫЧИС-ЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ ВЕЩЕСТВЕННОЙ МАТРИЦЫ, ИМЕЮЩЕЙ ТОЛЬКО ВЕЩЕСТВЕННЫЕ СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ (В СИСТЕМЕ ИП-3). Выпуск 18.

Титакаева П.Т. СТАНДАРТНАЯ ПОДПРОГРАММА RKG РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СИСТЕМЕ ИП-3.

Выпуск 19.

Жоголев Е.А. ИНТЕРПРЕТИРУЮЩАЯ СИСТЕМА ИП-2.

Выпуск 20.

Черепенникова. Ю.Н. СТАНДАРТНАЯ ПОДПРОГРАММА ВЫЧИС-ЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ (в системе ИП-2)

Выпуск 21.

Гордонова В.И. ТИПОВАЯ ПРОГРАММА РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С СИММЕТРИЧНОЙ ПОЛОЖИТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛЕННОЙ МАТРИЦЕЙ МЕТОДОМ КВАДРАТ-НОГО КОРНЯ (ЛАУСК)

Выпуск 22.

Титакаева П. Т. СТАНДАРТНАЯ ПОДПРОГРАММА GI ВЫЧИС-ЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ В СИСТЕМЕ ИП-3.

Выпуск 23.

Гойхман Г.Я. СТАНДАРТНАЯ ПРОГРАММА ОБРАЩЕНИЯ МАТРИ-ЦЫ МЕТОДОМ ОКАЙМЛЕНИЯ (в системе ИП-3). Выпуск 24.

Дрейер А.А., Черепенникова Ю.Н. АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ ИЗМЕРЕНИЙ НА ЭЦВМ «СЕТУНЬ».

Выпуск 25.

Жоголев Е.А., Есакова Л.В. ИНТЕРПРЕТИРУЮЩАЯ СИСТЕМА ИП-3 (издание второе, исправленное).